大型公益讲座预告

时间地点	主讲老师	讲座内容
5 月 18 日周四 19:00-20:30 **丹棱大厦**	王宏斌	**二模成绩与高考志愿规划讲座** 1. 二模成绩定位； 2. 高考志愿填报规划方式与风险规避； 3. 2015 数据分析与 2016 展望； 4. 往年案例分析
6 月 23 日周四 19:00-20:30 **国家会议中心**	王宏斌	**2016 学而思高考志愿填报会** 1. 2016 年高考志愿整体形势分析； 2. 志愿填报过程中常见的五种严重失误； 3. 院校选择方法与专业选择方法； 4. 2016 年高考平行志愿的规划； 5. 往年数据分析与各层次志愿填报方案。

【微信报名】 关注“学而思高考研究中心”微信平台→
《二模成绩与高考志愿规划讲座》回复“**二模成绩**+学生姓名+联系电话”
《2016 学而思高考志愿填报会》回复“**志愿填报会**+学生姓名+联系电话”

2015 学而思高考志愿填报会 回顾
学而思高考中心政策发展办公室 王宏斌老师
国家会议中心，2700 人

海淀区高三年级第二学期期末练习参考答案

数学（文科） **2016.5**

阅卷须知:

1.评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

2.其它正确解法可以参照评分标准按相应步骤给分。

一、选择题（本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	C	A	B	D	C	D

二、填空题（本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分）

9. -2	10. 58	11. $2\sqrt{2}$
12. $[1,2]$	13. 甲丁乙丙	14. 4

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 80 分)

15.解:（Ⅰ）设数列$\{b_n\}$的公比为q，

因为$b_1=a_1=2$，所以$b_2+b_3=2q+2q^2=a_3+2=12$. ....2 分

解得$q=2$或$q=-3$（舍）. ....4 分

所以$b_n=b_1q^{n-1}=2^n$. ....7 分

(Ⅱ)记$\{a_n\}$的前n项和为T_n, $\{b_n\}$的前n项和为H_n,

所以$T_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}n=\dfrac{2+4n-2}{2}n=2n^2$. ....9 分

$H_n=\dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{2(1-2^n)}{-1}=2^{n+1}-2$. ....12 分

所以$S_n=T_n+H_n=2n^2+2^{n+1}-2$ . ...13 分

16.解：（Ⅰ） 因为 $f(x)=-2\sin x-\cos 2x$

所以 $f(\frac{\pi}{4})=-2\sin\frac{\pi}{4}-\cos 2\cdot\frac{\pi}{4}=-\sqrt{2}$ ……………………2 分

$f(\frac{\pi}{6})=-2\sin\frac{\pi}{6}-\cos 2\cdot\frac{\pi}{6}=-\frac{3}{2}$ ……………………4 分

因为 $-\sqrt{2}>-\frac{3}{2}$，所以 $f(\frac{\pi}{4})>f(\frac{\pi}{6})$ ……………………6 分

（Ⅱ）因为 $f(x)=-2\sin x-(1-2\sin^2 x)$ ……………………9 分

$=2\sin^2 x-2\sin x-1$

$=2(\sin x-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{2}$

令 $t=\sin x, t\in[-1,1]$， 所以 $y=2(t-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{2}$, ……………………11 分

因为对称轴 $t=\frac{1}{2}$,

根据二次函数性质知，当 $t=-1$ 时，函数取得最大值 3 ……………………13 分

17 解：（Ⅰ）取 DP 中点 F，连接 EF,FM

因为在 ΔPDC 中，点 F,M 分别是所在边的中点，所以 $FM \underline{\mathbin{/\!/}} \frac{1}{2}DC$． ……………………1 分

又 $EB \underline{\mathbin{/\!/}} \frac{1}{2}DC$，所以 $FM \underline{\mathbin{/\!/}} EB$， ……………………2 分

所以 $FEBM$ 是平行四边形，所以 $BM \mathbin{/\!/} EF$， ……………………3 分

又 $EF\subset$ 平面 PDE， $BM\not\subset$ 平面 PDE， ……………………4 分

所以 $BM \mathbin{/\!/}$ 平面 PDE． ……………………5 分

方法二： 取 DC 中点 N，连接 MN，BN

在 ΔPDC 中，点 N,M 分别是所在边的中点，所以 $MN \mathbin{/\!/} PD$． ……………………1 分

又 $DN \underline{\mathbin{/\!/}} BE$，所以 $DEBN$ 是平行四边形， ……………………2 分

所以 $DE \mathbin{/\!/} BN$ ……………………3 分

因为 $NM\cap NB=N,DP\cap DE=D$,所以平面 BMN // 平面 EDP …………………4 分

因为 $BM\subset$ 平面 BMN，

所以 BM // 平面 PDE. …………………5 分

（Ⅱ）因为平面 $PDE\perp$ 平面 $EBCD$，

在 ΔPDE 中，作 $PO\perp DE$ 于 O，

因为平面 $PDE\cap$ 平面 $EBCD=DE$，

所以 $PO\perp$ 平面 $EBCD$. …………………7 分

在 ΔPDE 中，计算可得 $PO=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ …………………8 分

所以 $V_{P-BCDE}=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}(1+2)\cdot\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. …………………10 分

（Ⅲ）在矩形 $ABCD$ 中，连接 AC 交 DE 于 I，

因为 $\tan\angle DEA=\sqrt{2},\tan\angle CAB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\angle DEA+\angle CAB=\dfrac{\pi}{2}$，

所以 $DE\perp AC$， …………………11 分

所以在四棱锥 $P-EBCD$ 中， $PI\perp DE,CI\perp DE,$ …………………12 分

又 $PI\cap CI=I$，所以 $DE\perp$ 平面 POC. …………………13 分

因为 $PC\subset$ 平面 POC，所以 $DE\perp PC$. …………………14 分

方法二：

由 （Ⅱ）， 连接 OC.

在 ΔDOC 中， $\cos\angle ODC=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$， $DO=\dfrac{2\sqrt{3}}{3},DC=2$，

$OC^2=DC^2+DO^2-2DC\cdot DO\cos\angle CDO$，得到 $OC=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

所以 $DC^2=DO^2+OC^2$，所以 $DO\perp OC$ …………………11 分

又 $PO\cap OC=O$， …………………12 分

所以 $DE\perp$ 平面 POC. …………………13 分

因为 $PC\subset$ 平面 POC，所以 $DE\perp PC$. …………………14 分

18 解：(I) (I) A 型空调前三周的平均销售量

$\bar{x}=\dfrac{11+10+15}{5}=12$ 台 ……………………2 分

（II）设抽到的空调不是 B 型且不是第一周售出的空调为事件 P_1 ……………………4 分

所以 $P_1=\dfrac{10+15+8+12}{35+30+40}=\dfrac{3}{7}$ ……………………7 分

（III）因为 C 型空调平均周销售量为 10 台，

所以 $c_4+c_5=10\times5-15-8-12=15$ ……………………9 分

又 $s^2=\dfrac{1}{5}[(15-10)^2+(8-10)^2+(12-10)^2+(c_4-10)^2+(c_5-10)^2]$

化简得到 $s^2=\dfrac{1}{5}[2(c_4-\dfrac{15}{2})^2+\dfrac{91}{2}]$ ……………………11 分

注意到 $c_4\in\mathbf{N}$，所以当 $c_4=7$ 或 $c_4=8$ 时，s^2 取得最小值

所以当 $\begin{cases}c_4=7\\c_5=8\end{cases}$ 或 $\begin{cases}c_4=8\\c_5=7\end{cases}$ 时，s^2 取得最小值 ……………………13 分

19. 解：（Ⅰ）当 $a=2$ 时，$f(x)=x^3+2x^2-4x-1$，

所以 $f'(x)=3x^2+4x-4=(3x-2)(x+2)$， ……………………2 分

令 $f'(x)=0$，得 $x_1=\dfrac{2}{3},x_2=-2$，

则 $f'(x)$ 及 $f(x)$ 的情况如下：

x	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,\frac{2}{3})$	$\frac{2}{3}$	$(\frac{2}{3},+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

……………………4 分

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,-2)$，$(\dfrac{2}{3},+\infty)$，

函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\dfrac{2}{3},2)$. ……………………6 分

（Ⅱ）要使 $f(x)\le 0$ 在 $[1,+\infty)$ 上有解，只要 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上的最小值小于等于 0 .

因为 $f'(x)=3x^2+2ax-a^2=(3x-a)(x+a)$,

令 $f'(x)=0$ ，得到 $x_1=\dfrac{a}{3}>0, x_2=-a<0$. ……………………7 分

当 $\dfrac{a}{3}\le 1$ 时，即 $a\le 3$ 时， $f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上单调递增， $f(1)$ 为 $[1,+\infty)$ 上最小值

所以有 $f(1)\le 0$ ，即 $1+a-a^2-1\le 0$ ，解得 $a\ge 1$ 或 $a\le 0$ ，

所以有 $1\le a\le 3$； ……………………9 分

当 $\dfrac{a}{3}>1$ 时，即 $a>3$ 时， $f(x)$ 在区间 $[1,\dfrac{a}{3})$ 上单调递减，在 $[\dfrac{a}{3},+\infty)$ 上单调递增，

所以 $f(\dfrac{a}{3})$ 为 $[1,+\infty)$ 上最小值，

所以有 $f(\dfrac{a}{3})\le 0$ ，即 $f(\dfrac{a}{3})=\dfrac{a^3}{27}+\dfrac{a^3}{9}-\dfrac{a^3}{3}-1\le 0$ ，

解得 $a\ge -\sqrt[3]{\dfrac{27}{5}}$ ，所以 $a>3$. ……………………11 分

综上，得 $a\ge 1$.

法二：（Ⅱ）要使 $f(x)\le 0$ 在 $[1,+\infty)$ 上有解，只要 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上的最小值小于等于 0 .

因为 $f(1)=1+a-a^2-1=a-a^2$,

所以当 $a-a^2\le 0$，即 $a\ge 1$ 时 满足题意， ……………………8 分

当 $a<1$ 时，

因为 $f'(x)=3x^2+2ax-a^2=(3x-a)(x+a)$,

令 $f'(x)=0$ ，得到 $x_1=\dfrac{a}{3}, x_2=-a$,

因为 $a<1$，所以 $f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上的单调递增，

所以 $f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上的最小值为 $f(1)$，

所以 $f(1)\le 0$，根据上面得到 $a\ge 1$，矛盾. ……………………11 分

综上， $a\ge 1$.

（Ⅲ） $a=1$ ……………………13 分

20.解：

（Ⅰ）因为 $B(-1,0)$，所以 $A(-1,y_0)$， ……………………1 分

代入 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1(y\ge 0)$，解得 $y_0=\dfrac{3}{2}$， ……………………2 分

代入直线 $y=kx+1$,得 $k=-\dfrac{1}{2}$. ……………………3 分

（Ⅱ）解法一：设点 $E(0,1)$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$.

因为 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\\ y=kx+1\end{cases}$,所以 $(3+4k^2)x^2+8kx-8=0$, ……………………4 分

所以 $\begin{cases}\Delta=\sqrt{96(2k^2+1)}\\ x_1+x_2=\dfrac{-8k}{3+4k^2}\\ x_1x_2=\dfrac{-8}{3+4k^2}\end{cases}$ ……………………6 分

又因为 $S_1=\dfrac{1}{2}|OE|(|x_1|+|x_2|)=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot|x_1-x_2|=\dfrac{1}{2}|x_1-x_2|$, ……………………7 分

而 $|x_1-x_2|=\dfrac{\sqrt{96(2k^2+1)}}{3+4k^2}$,

所以 $S_1=\dfrac{1}{2}\dfrac{\sqrt{96(2k^2+1)}}{3+4k^2}=\dfrac{2\sqrt{6}\sqrt{2k^2+1}}{3+4k^2}$, ……………………8 分

所以 $\dfrac{2\sqrt{6}\sqrt{2k^2+1}}{3+4k^2}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$,

所以 $\dfrac{\sqrt{2k^2+1}}{3+4k^2}=\dfrac{1}{3}$，解得 $k=0$, ……………………9 分

所以 $|AD|=\dfrac{2\cdot\dfrac{2\sqrt{6}}{3}}{1}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$. ……………………10 分

法二：

解法一：设点 $E(0,1)$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$.

因为$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=kx+1\end{cases}$， 所以$(3+4k^2)x^2+8kx-8=0$， …………………4 分

所以 $\begin{cases}\Delta=\sqrt{96(2k^2+1)}\\ x_1+x_2=\dfrac{-8k}{3+4k^2}\\ x_1x_2=\dfrac{-8}{3+4k^2}\end{cases}$ …………………6 分

点O到直线AD的距离为$d=\dfrac{1}{\sqrt{1+k^2}}$， …………………7 分

$|AD|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\dfrac{\sqrt{96(2k^2+1)}}{3+4k^2}$ …………………8 分

所以$S_1=\dfrac{1}{2}|AD|\cdot d=\dfrac{1}{2}\dfrac{\sqrt{96(2k^2+1)}}{3+4k^2}=\dfrac{2\sqrt{6}\sqrt{2k^2+1}}{3+4k^2}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

所以$\dfrac{\sqrt{2k^2+1}}{3+4k^2}=\dfrac{1}{3}$，解得$k=0$， …………………9 分

所以$|AD|=\dfrac{2\cdot\dfrac{2\sqrt{6}}{3}}{1}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$. …………………10 分

（III）因为$S_2=\dfrac{1}{2}(y_1+y_2)|x_1-x_2|$， …………………11 分

所以$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\dfrac{1}{2}|x_1-x_2|}{\dfrac{1}{2}(y_1+y_2)|x_1-x_2|}=\dfrac{1}{y_1+y_2}$， …………………12 分

而$y_1+y_2=kx_1+1+kx_2+1=k(x_1+x_2)+2$， …………………13 分

所以$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{1}{k\dfrac{-8k}{3+4k^2}+2}=\dfrac{3+4k^2}{6}\ge\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$. …………………14 分