一模结束，孩子应该怎么办？

号称高考风向标的“一模”结束，如何通过一模找到自身的**知识漏洞**？了解**高考命题变化方向**？怎样**调整复习策略**最大限度地**提升复习效率**？学而思高考研究中心众专家为高三生专门定制全方位策略通过看破高考。

公益讲座	时间地点
从命题人逻辑透视考场答题技巧与解题方法讲座 1.从命题人逻辑透视考场答题技巧 2. 高考必考考点的答题策略、解题方法总结 3.一模考后总结，如何制定二模复习策略，弱势如何高效突击。	**4 月 14 日** 19：00-21：00 **公主坟南** 荣华写字楼 200 **4 月 19 日** 19：00-21：00 **大钟寺** 中鼎大厦 A416
从各区一模试卷看高考命题方向公开课（面向学生） 1.各区一模试卷分析，考点总结 2.从一模试卷分析高考趋势 3.高考冲刺阶段复习建议　*每班次上课费用 20 元* 名额稀有，限额 40	**4 月 17 日周日 公主坟南** 09:30-11:30 数学 13:10-16:10 理综 **4 月 17 日周日 平安里** 14:10-16:10 物理、生物 18:00-20:30 数学、化学

报名方式

网上报名：登录学而思培优网 http://sbj.speiyou.com
现场报名：请到学而思任意服务中心报名
电话报名：10108899，可能占线，请耐心拨打

海淀区高三年级 2015-2016 学年度第二学期期中练习

数学试卷（理科） 2016.4

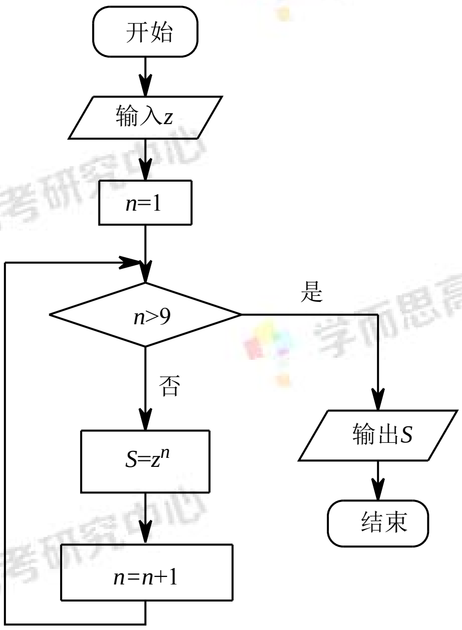
本试卷共 4 页，150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．函数 $f(x)=\sqrt{2^x-1}$ 的定义域为

A．$[0,+\infty)$　　B．$[1,+\infty)$　　C．$(-\infty,0]$　　D．$(-\infty,1]$

2．某程序的框图如图所示，若输入的 $z=\mathrm{i}$（其中 i 为虚数单位），则输出的 S 值为



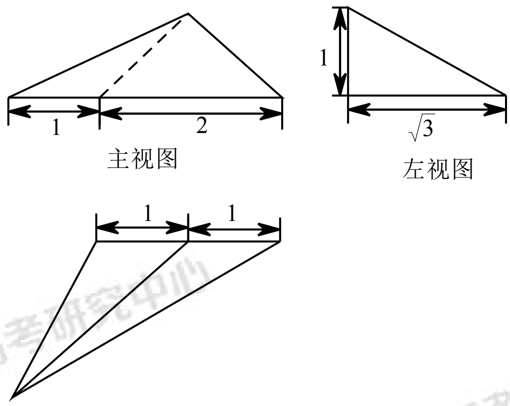
A．-1　　B．1　　C．$-\mathrm{i}$　　D．i

3．若 x， y 满足 $\begin{cases} x-y+2\geqslant 0 \\ x+y-4\leqslant 0 \\ y\geqslant 0 \end{cases}$，则 $z=\frac{1}{2}x+y$ 的最大值为

A．$\frac{5}{2}$　　B．3　　C．$\frac{7}{2}$　　D．4

4．某三棱锥的三视图如图所示，则其体积为

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$



主视图　　左视图

俯视图

5．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则“$\{a_n\}$为常数列”是“$\forall n \in \mathbf{N}^*$，$S_n = na_n$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．在极坐标系中，圆$C_1:\rho = 2\cos\theta$与圆$C_2:\rho = 2\sin\theta$相交于A，B两点，则$|AB| =$

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

7．已知函数$f(x)=\begin{cases}\sin(x+a), & x \leqslant 0 \\ \cos(x+b), & x > 0\end{cases}$是偶函数，则下列结论可能成立的是

A．$a=\dfrac{\pi}{4}$，$b=-\dfrac{\pi}{4}$　　B．$a=\dfrac{2\pi}{3}$，$b=\dfrac{\pi}{6}$

C．$a=\dfrac{\pi}{3}$，$b=\dfrac{\pi}{6}$　　D．$a=\dfrac{5\pi}{6}$，$b=\dfrac{2\pi}{3}$

8．某生产基地有五台机器，现有五项工作待完成，每台机器完成每项工作后获得的效益值如表所示．若每台机器只完成一项工作，且完成五项工作后获得的效益值总和最大，则下列叙述正确的是

工作 效益 机器	一	二	三	四	五
甲	15	17	14	17	15
乙	22	23	21	20	20
丙	9	13	14	12	10
丁	7	9	11	9	11
戊	13	15	14	15	11

A．甲只能承担第四项工作　　B．乙不能承担第二项工作

C．丙可以不承担第三项工作　　D．丁可以承担第三项工作

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

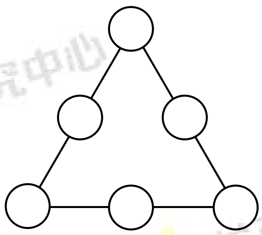
9．已知向量 $\vec{a}=(1,\ t)$，$\vec{b}=(t,\ 9)$，若 $\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$，则 $t=$______.

10．在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=2$，且 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_3}=\frac{5}{4}$，则 a_1+a_3 的值为______.

11．在三个数 $\frac{1}{2}$，$2^{-\frac{1}{2}}$，$\log_3 2$ 中，最小的数是______.

12．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线 l 的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$，且 C 的一个焦点到 l 的距离为 $\sqrt{3}$，则 C 的方程为______.

13．如图，在三角形三条边上的 6 个不同的圆内分别填入数字 1，2，3 中的一个.



（ i ）当每条边上的三个数字之和为 4 时，不同的填法有______种；

（ ii ）当同一条边上的三个数字都不同时，不同的填法有______种.

14．已知函数 $f(x)$，对于实数 t，若存在 $a>0$，$b>0$，满足：$\forall x\in[t-a,\ t+b]$，使得 $|f(x)-f(t)|\leqslant 2$，则记 $a+b$ 的最大值为 $H(t)$.

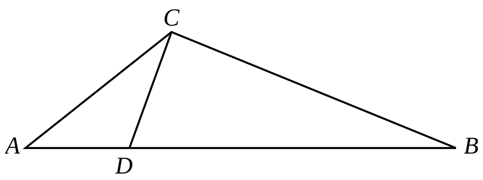
（ i ）当 $f(x)=2x$ 时，$H(0)=$______.

（ ii ）当 $f(x)=x^2$ 且 $t\in[1,\ 2]$ 时，函数 $H(t)$ 的值域为______.

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

15．（本小题满分 13 分）

如图，在$\triangle ABC$中，点D在边AB上，且$\frac{AD}{DB}=\frac{1}{3}$．记$\angle ACD=\alpha$，$\angle BCD=\beta$．



（Ⅰ）求证：$\frac{AC}{BC}=\frac{\sin\beta}{3\sin\alpha}$；

（Ⅱ）若$\alpha=\frac{\pi}{6}$，$\beta=\frac{\pi}{2}$，$AB=\sqrt{19}$，求BC的长．

16．（本小题满分 13 分）

2004 年世界卫生组织、联合国儿童基金会等机构将青蒿素作为一线抗疟药品推广．2015 年 12 月 10 日，我国科学家屠呦呦教授由于在发现青蒿素和治疗疟疾的疗法上的贡献获得诺贝尔医学奖．目前，国内青蒿人工种植发展迅速．

某农科所为了深入研究海拔因素对青蒿素产量的影响，在山上和山下的试验田中分别种植了 100 株青蒿进行对比试验．现在从山上和山下的试验田中各随机选取了 4 株青蒿作为样本，每株提取的青蒿素产量（单位：克）如下表所示：

编号 位置	①	②	③	④
山上	5.0	3.8	3.6	3.6
山下	3.6	4.4	4.4	3.6

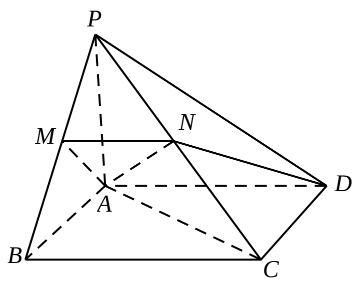
（Ⅰ）根据样本数据，试估计山下试验田青蒿素的总产量；

（Ⅱ）记山上与山下两块试验田单株青蒿素产量的方差分别为s_1^2，s_2^2，根据样本数据，试估计s_1^2与s_2^2的大小关系（只需写出结论）；

（Ⅲ）从样本中的山上与山下青蒿中各随机选取 1 株，记这 2 株的产量总和为ξ，求随机变量ξ的分布列和数学期望．

17．（本小题满分 14 分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，四边形$ABCD$为正方形，点M，N分别为线段PB，PC上的点，$MN\perp PB$．



（Ⅰ）求证：$BC \perp$ 平面 PAB；

（Ⅱ）求证：当点 M 不与点 P，B 重合时，M，N，D，A 四个点在同一个平面内；

（Ⅲ）当 $PA = AB = 2$，二面角 $C - AN - D$ 的大小为 $\frac{\pi}{3}$ 时，求 PN 的长.

18.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{x} - 1$，$g(x) = \frac{x-1}{\ln x}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小值；

（Ⅱ）求函数 $g(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）求证：直线 $y = x$ 不是曲线 $y = g(x)$ 的切线.

19.（本小题满分 14 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆 C 与 y 轴交于 A，B 两点，且 $|AB| = 2$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设点 P 是椭圆 C 上的一个动点，且点 P 在 y 轴的右侧. 直线 PA，PB 与直线 $x = 4$ 分别交于 M，N 两点. 若以 MN 为直径的圆与 x 轴交于两点 E，F，求点 P 横坐标的取值范围及 $|EF|$ 的最大值.

20.（本小题满分 13 分）

给定正整数 $n(n \geqslant 3)$，集合 $U_n = \{1, 2, \cdots, n\}$. 若存在集合 A，B，C，同时满足下列条件：

①$U_n = A \cup B \cup C$，且 $A \cap B = B \cap C = A \cap C = \varnothing$；

②集合 A 中的元素都为奇数，集合 B 中的元素都为偶数，所有能被 3 整除的数都在集合 C 中（集合 C 中还可以包含其它数）；

③集合 A，B，C 中各元素之和分别记为 S_A，S_B，S_C，有 $S_A = S_B = S_C$；

则称集合 U_n 为可分集合.

（Ⅰ）已知 U_8 为可分集合，写出相应的一组满足条件的集合 A，B，C；

（Ⅱ）证明：若 n 是 3 的倍数，则 U_n 不是可分集合；

（Ⅲ）若 U_n 为可分集合且 n 为奇数，求 n 的最小值.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

（试卷为手动录入，难免存在细微差错，如您发现试卷中的问题，敬请谅解！转载请注明出处！）

一模结束，孩子应该怎么办？

号称高考风向标的“一模”结束，如何通过一模找到自身的**知识漏洞**？了解**高考命题变化方向**？怎样**调整复习策略**最大限度地**提升复习效率**？学而思高考研究中心众专家为高三生专门定制全方位策略通过看破高考。

公益讲座	时间地点
从命题人逻辑透视考场答题技巧与解题方法讲座 1.从命题人逻辑透视考场答题技巧 2. 高考必考考点的答题策略、解题方法总结 3.一模考后总结，如何制定二模复习策略，弱势如何高效突击。	**4 月 14 日** 19：00-21：00 **公主坟南** 荣华写字楼 200 **4 月 19 日** 19：00-21：00 **大钟寺** 中鼎大厦 A416
从各区一模试卷看高考命题方向公开课（面向学生） 1.各区一模试卷分析，考点总结 2.从一模试卷分析高考趋势 3.高考冲刺阶段复习建议　*每班次上课费用 20 元* 名额稀有，限额 40	**4 月 17 日周日 公主坟南** 09:30-11:30 数学 13:10-16:10 理综 **4 月 17 日周日 平安里** 14:10-16:10 物理、生物 18:00-20:30 数学、化学

报名方式

网上报名：登录学而思培优网 http://sbj.speiyou.com

现场报名：请到学而思任意服务中心报名

电话报名：10108899，可能占线，请耐心拨打

北京市海淀区 2016 年高三一模试卷参考答案及评分标准

高三数学（理科）

学而思高考研究中心—曲丹、王欣、唐云、张剑、杜鹏、
成文波、邓一维、武洪姣

1. A

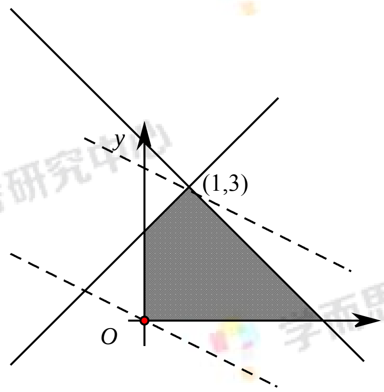
【解析】 由 $2^x-1\geqslant 0$,所以 $x\geqslant 0$

2. D

【解析】 条件 $n>9$，则 $n=10$ 时跳出，故 n 最大值为 9，$S=z^9=i^9=i^8\cdot i=i$

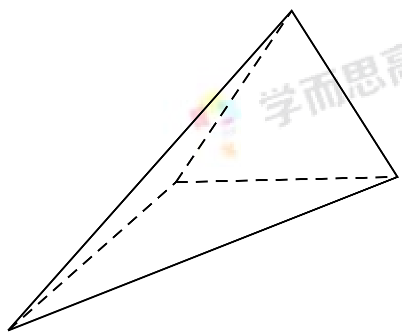
3. C

【解析】由图可知，在 $(1,3)$ 处取得最大值



4. A

【解析】$V_{三棱锥}=\frac{1}{3}\times Sh=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\times 1=\frac{\sqrt{3}}{3}$



5. C

【解析】$\{a_n\}$ 为常数列，则 $a_n=a$，则 $S_n=na=na_n$，

$S_n=na_n$ 可得 $S_{n+1}-S_n=(n+1)a_{n+1}-na_n$，

即 $a_{n+1}=(n+1)a_{n+1}-na_n$，

$na_{n+1}=na_n$，

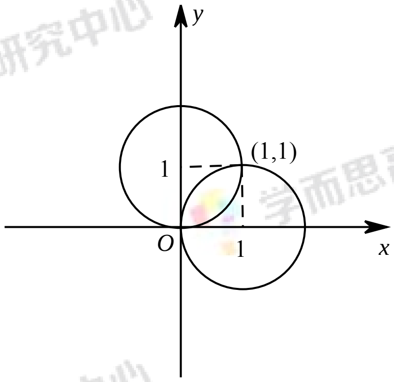
则 $a_{n+1}=a_n$.

6. B

【解析】C_1： $(x-1)^2+y^2=1$， C_2： $x^2+(y-1)^2=1$

画图可得交点为$(0，0)$， $(1，1)$

则$|AB|=\sqrt{2}$



7. C

【解析】因为 $f(x)$ 为偶函数，则 $f(2\pi)=f(-2\pi)$，

即 $\cos(2\pi+b)=\sin(-2\pi+a)$，

则 $\cos b=\sin a=\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)$，

即 $b+a=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 或 $b-a=\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，

则 $a=\frac{\pi}{3}$， $b=\frac{\pi}{6}$ 满足.

8. B

【解析】理论上 5 台机器各自效益最大时，效益总值达到最大 17+23+14+11+15=80，但由于甲、乙、戊之间最大效益的工作安排会相互冲突，所以 5 台机器无法达到最大值 80.这样最大值最大可取 79，并且我们给出唯一一个 79 的构造：17+22+14+11+15=79.此时，答案选 B

9. ±3

【解析】$\because \vec{a}=(1，t)$， $\vec{b}=(t，9)$， $\vec{a}\parallel\vec{b}$，

$\therefore 1\times9=t^2\Rightarrow t=\pm3$

10. 5

【解析】$\because \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_3}=\frac{5}{4}$

$\therefore \dfrac{a_1+a_3}{a_1a_3}=\dfrac{5}{4}$

又 $a_1a_3=a_2^2=4$

$\therefore \dfrac{a_1+a_3}{4}=\dfrac{5}{4}$

$\therefore a_1+a_3=5$.

11. $\dfrac{1}{2}$

【解析】$\because 2^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}>\dfrac{1}{2}$，

$\log_3^2>\log_3\sqrt{3}=\log_3 3^{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}$， $\therefore \dfrac{1}{2}$ 最小.

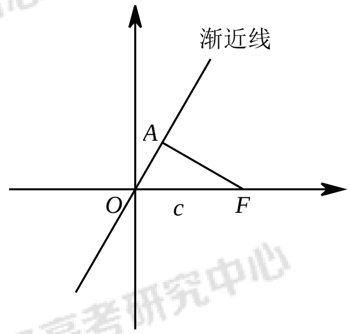
12. $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$

【解析】由题意知双曲线 C 的渐近线斜率为 $\pm\tan\dfrac{\pi}{3}=\pm\sqrt{3}$，即 $\dfrac{b}{a}=\sqrt{3}$　　①

又 C 的一个焦点到 l 的距离为 $\sqrt{3}$，如图知 $c=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=2$　　②

由①②及 $a^2+b^2=c^2$ 知 $a=1$，$b=\sqrt{3}$，

故双曲线 C 的方程为 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$.

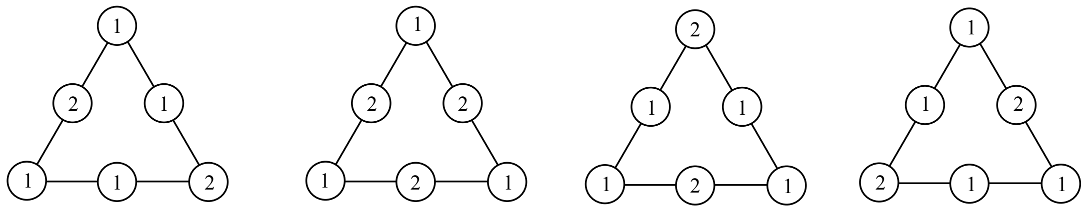


13.　4,6

【解析】(1)因为每条边上的三个数字之和为 4，这三个数只能从 1，2，3 中取

∴这三个数只可能为 1，1，2

则不同的填法有



计共 4 种.

(2)当同一条边上的三个数字都不同时，则一边上的三个数字确定后，该边所对的顶点数字也确定，则该顶点所在的 2 条边上的数字都确定，即三条边上的数字都确定.

故所有不同的填法即是一条边上的数字的所有不同填法，即为 $A_3^3=6$.

14．2，$[\sqrt{6}-\sqrt{2},2)\cup[2\sqrt{3},4]$

【解析】（i）$t=0$ 时，$|f(x)-f(0)|=|2x|\leqslant 2$，$x\in[0-1,0+1]$，$a=b=1$，$H(0)=2$

（ii）$|f(x)-f(t)|=|x^2-t^2|\leqslant 2$

$t^2-2\leqslant x^2\leqslant t^2+2$

①若 $t\in(\sqrt{2},2]$，$0<t^2-2\leqslant x^2\leqslant t^2+2$

又 $x\in[t-a,t+b]$，此时 $x\in[\sqrt{t^2-2},\sqrt{t^2+2}]$

所以 $a=t-\sqrt{t^2-2}$，$b=-t+\sqrt{t^2+2}$

$a+b=\sqrt{t^2+2}-\sqrt{t^2-2}=\dfrac{4}{\sqrt{t^2+2}+\sqrt{t^2-2}}$，关于 t^2 单调递减

所以 $a+b\in[\sqrt{6}-\sqrt{2},2)$

②若 $t\in[1,\sqrt{2}]$，$t^2-2\leqslant 0\leqslant x^2\leqslant t^2+2$

又 $x\in[t-a,t+b]$，此时 $x\in[-\sqrt{t^2+2},\sqrt{t^2+2}]$

所以 $a=t+\sqrt{t^2+2}$，$b=\sqrt{t^2+2}-t$

$a+b=2\sqrt{t^2+2}$，关于 t^2 单调递增

所以 $a+b\in[2\sqrt{3},4]$

最后取并集 $a+b\in[\sqrt{6}-\sqrt{2},2)\cup[2\sqrt{3},4]$

（此题的本质是求可行区间的长度）

15．

【解析】(1)证明：

在$\triangle ACD$ 中，由正弦定理得：$\dfrac{AC}{\sin\angle ADC}=\dfrac{AD}{\sin\alpha}$ ①

在$\triangle BCD$ 中，由正弦定理得：$\dfrac{BC}{\sin\angle BDC}=\dfrac{BD}{\sin\beta}$ ②

又∵ $\angle ADC+\angle BDC=\pi$

∴ $\sin\angle ADC=\sin\angle BDC$

∴①÷②得：$\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{AD}{BD}\cdot\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\dfrac{\sin\beta}{3\sin\alpha}$

(2)由(1)知 $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{2}{3}$

∴设 $AC=2k$，$BC=3k$，$k>0$

在$\triangle ABC$ 中，由余弦定理得：$AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos(\alpha+\beta)$

即 $19=4k^2+9k^2-12k^2\cos120^\circ$

解得 $k=1$

∴ $BC=3$.

16．

【解析】(1)山下平均产量 $\bar{x}=\dfrac{3.6+4.4+4.4+3.6}{4}=4.0$

∴总产量 $y=100\bar{x}=400$ 克.

(2) $s_1^2>s_2^2$

(3) ξ 的所有可能取值为 9.4，8.6，8.2，8.0，7.4，7.2．

$P(\xi=9.4)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

$P(\xi=8.6)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

$P(\xi=8.2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

$P(\xi=8.0)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(\xi=7.4)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

$P(\xi=7.2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

随机变量ξ的分布列为:

ξ	9.4	8.6	8.2	8.0	7.4	7.2
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

$E(\xi)=9.4\times\frac{1}{8}+8.6\times\frac{1}{8}+8.2\times\frac{1}{8}+8.0\times\frac{1}{4}+7.4\times\frac{1}{8}+7.2\times\frac{1}{4}=8.0$.

17.

【解析】(1)$\because$四边形$ABCD$为正方形.

$\therefore AB\perp BC$

$\because PA\perp$平面$ABCD$，$BC\subset$平面$ABCD$

$\therefore PA\perp BC$

又$AB\subset$平面PAB，$PA\subset$平面PAB

$AB\cap PA=A$，$BC\not\subset$平面PAB

$\therefore BC\perp$平面PAB

(2)$\because BC\perp$平面PAB，$PB\subset$平面PAB

$\therefore BC\perp PB$

又$\because MN\perp PB$

$\therefore MN\parallel BC$

又$\because BC\parallel AD$

$\therefore MN\parallel AD$

$\therefore M$、N、D、A四个点在同一个平面内.

(3)以A为原点，AB为x轴，AD为y轴，AP为z轴建立平面直角坐标系$O-xyz$.

$A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(2,2,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，

设$\overrightarrow{PN}=\lambda\overrightarrow{PC}$，$\overrightarrow{PC}=(2,2,-2)$，

$\therefore N(2\lambda,2\lambda,2-2\lambda)$.

显然$BD\perp$面NAC

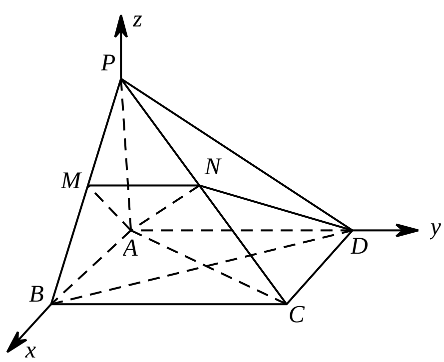
$\therefore \overrightarrow{BD}=(-2,2,0)$为平面$NAC$的法向量.

设平面AND的法向量为$\vec{n}=(x_0,y_0,z_0)$

$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{AN}=(2\lambda,2\lambda,2-2\lambda)$

$\begin{cases}\overrightarrow{AD}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{AN}\cdot\vec{n}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2y_0=0\\ 2\lambda x_0+2\lambda y_0+(2-2\lambda)z_0=0\end{cases}$

$\therefore \vec{n}=(\lambda-1,0,\lambda)$.



又二面角 $C-AN-D$ 的大小为 $\frac{\pi}{3}$.

$\therefore \cos\frac{\pi}{3}=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{BD}|}$

即 $\frac{1}{2}=\frac{-2(\lambda-1)}{\sqrt{(\lambda-1)^2+\lambda^2}\cdot 2\sqrt{2}}$

解得 $\lambda=\frac{1}{2}$

$\therefore N(1,\ 1,\ 1)$，$\overrightarrow{PN}=(1,\ 1,\ -1)$，

故 $PN=\sqrt{3}$.

18.

【解析】(1) $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘		↗

$\therefore f(x)_{\min}=f(1)=0$

(2) $g(x)=\frac{x-1}{\ln x}$, $g'(x)=\frac{\ln x-1+\frac{1}{x}}{(\ln x)^2}$

由(1)问 $f(x)\geqslant 0$，且当且仅当 $x=1$ 时，$f(x)=0$.

$\therefore g'(x)\geqslant 0$，$g(x)$ 在 $(0,1)$ 和 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

(3)假设 $y=x$ 是曲线 $y=g(x)$ 的切线.

切点为 $(x_0,\ y_0)$，则

$$\begin{cases} g'(x_0)=1 \\ x_0=g(x_0) \end{cases} (*) \text{ 即 } \begin{cases} \ln(x_0)-1+\frac{1}{x_0}=(\ln x_0)^2 \\ \frac{x_0-1}{\ln x_0}=x_0 \end{cases}$$

解得 $x_0=1$，但考虑定义域，应舍去.

故 (*) 式无解.

假设不成立，直线 $y=x$ 不是曲线 $y=g(x)$ 的切线

19．

【解析】(1) $\begin{cases}2b=2\\ e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}$

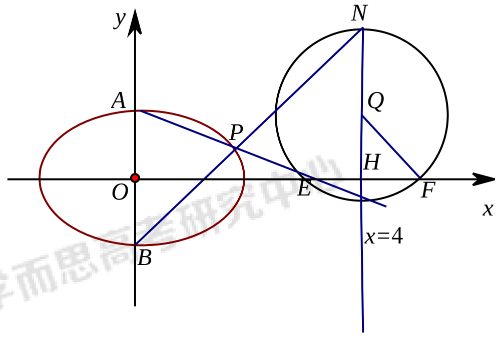
$\therefore$椭圆 C：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$．

(2)①由题意，M、N一定在x轴的两侧，过$(0,1)$、$(4,0)$的直线方程为$y=-\dfrac{1}{4}x+1$．

与椭圆联立得$x_p=\dfrac{8}{5}$．

$\therefore$符合条件的点P横坐标取值范围是$\left(\dfrac{8}{5},2\right]$．

②如图，设MN中点为Q，直线$x=4$与x轴交点为H



$|EF|=2|HF|$

$=2\sqrt{|QF|^2-|QH|^2}$

$=2\sqrt{\left(\dfrac{y_N-y_M}{2}\right)^2-\left(\dfrac{y_N+y_M}{2}\right)^2}$

$=2\sqrt{-y_My_N}$

l_{AM}：$y-1=\dfrac{y_0-1}{x_0}\cdot x$

l_{AN}：$y+1=\dfrac{y_0+1}{x_0}\cdot x$

当$x=4$时，$y_M=\dfrac{4y_0}{x_0}-\dfrac{4}{x_0}+1$，$y_N=\dfrac{4y_0}{x_0}+\dfrac{4}{x_0}-1$

$\therefore -y_My_N=\left(\dfrac{4}{x_0}-1\right)^2-\dfrac{4y_0^2}{x_0^2}=5-\dfrac{8}{x_0}$

由于$x_0\in\left(\dfrac{8}{5},2\right]$，$\therefore |EF|=2\sqrt{-y_My_N}\in(0,2]$

$\therefore |EF|$的最大值为2

20．

【解析】(1) $A=\{5,7\}$，$B=\{4,8\}$，$C=\{3,6,1,2\}$

(2) 设$n=3m$，$m\in\mathbf{N}^*$，若U_n是可分集合，

则$S_A=S_B=S_C=\dfrac{1}{3}(1+2+\cdots+n)=\dfrac{n(n+1)}{6}=\dfrac{3m(3m+1)}{6}=\dfrac{m(3m+1)}{2}$．

又$S_C\geqslant 3+6+9+\cdots+3m=\dfrac{3m(m+1)}{2}>\dfrac{m(3m+1)}{2}$，矛盾．

所以n是3的倍数时，U_n不是可分集合．

(3) 设$n=2j+1$，$j\in\mathbf{N}^*$，

$S_A=S_B=S_C=\dfrac{1}{3}(1+2+\cdots+n)=\dfrac{n(n+1)}{6}=\dfrac{(2j+1)(j+1)}{3}\in\mathbf{N}^*$，

由(2)知 $j\neq 3k+1$， $k\in\mathbf{N}$；

若 $j=3k$，则 $S_A=S_B=S_C=\dfrac{(6k+1)(3k+1)}{3}=6k^2+3k+\dfrac{1}{3}$，不符合要求；

所以 $j=3k+2$， $n=6k+5$.

此时有 $S_A=S_B=S_C=\dfrac{(2j+1)(j+1)}{3}=6k^2+11k+5$.

考虑不包含3的倍数的U_n中所有奇数的构成的集合，记为 A'，其和记为 $S_{A'}$，不包含3的倍数的U_n中所有偶数的集合记为 B'，和记为 $S_{B'}$，则

$S_{A'}=1+3+5+\cdots+(6k+5)-3\left[1+3+5+\cdots+(2k+1)\right]=6k^2+12k+6$，

$S_{B'}=2+4+6+\cdots+(6k+4)-3(2+4+\cdots+2k)=6k^2+12k+6$.

显然 $A\subseteq A'$，$B\subseteq B'$， $S_{A'}-S_A=S_{B'}-S_B=6k^2+12k+6-(6k^2+11k+5)=k+1$，

所以，需要从 A'，B' 中各去掉若干个和为 $k+1$ 的数，剩下的数分别构成 A，B.

$k=0$ 时，从 B' 中去掉和为1的数，因为 B' 中的数都是偶数，所以不可能；

$k=1$ 时，从 A' 中去掉和为 2 的数，不可能；

$k=2$ 时，同理 B 不可能存在；

$k=3$ 时，从 A' 中去掉和为 4 的数，只能是$1+3$，但$3\notin A'$，不可能；

$k=4$ 时，从 B' 中去掉和为 5 的数，不可能；

$k=5$ 时，从 A'、 B' 中去掉和为 6 的数， A' 去掉1，5， B' 去掉2，4即可.

此时， $n=35$， $A=\{7,11,13,17,19,23,25,29,31,35\}$，

$B=\{8,10,14,16,20,22,26,28,32,34\}$，

$C=\{3,6,9,\cdots,33,1,2,4,5\}$.

综上， n 的最小值为 35.

一模结束，孩子应该怎么办？

号称高考风向标的“一模”结束，如何通过一模找到自身的**知识漏洞**？了解**高考命题变化方向**？怎样**调整复习策略**最大限度地**提升复习效率**？学而思高考研究中心众专家为高三生专门定制全方位策略通过看破高考。

<table>
<tr><th>公益讲座</th><th>时间地点</th></tr>
<tr><td rowspan="2">从命题人逻辑透视考场答题技巧与解题方法讲座
1.从命题人逻辑透视考场答题技巧
2. 高考必考考点的答题策略、解题方法总结
3.一模考后总结，如何制定二模复习策略，弱势如何高效突击。</td><td>4 月 14 日 19：00-21：00
公主坟南 荣华写字楼 200</td></tr>
<tr><td>4 月 19 日 19：00-21：00
大钟寺 中鼎大厦 A416</td></tr>
<tr><td rowspan="2">从各区一模试卷看高考命题方向公开课（面向学生）
1.各区一模试卷分析，考点总结
2.从一模试卷分析高考趋势
3.高考冲刺阶段复习建议　每班次上课费用 20 元
名额稀有，限额 40</td><td>4 月 17 日周日 公主坟南
09:30-11:30 数学
13:10-16:10 理综</td></tr>
<tr><td>4 月 17 日周日 平安里
14:10-16:10 物理、生物
18:00-20:30 数学、化学</td></tr>
</table>

报名方式

网上报名：登录学而思培优网 http://sbj.speiyou.com
现场报名：请到学而思任意服务中心报名
电话报名：10108899，可能占线，请耐心拨打