北京市西城区 2016 年高三一模试卷

数学（理科）2016.4

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，第Ⅰ卷 1 至 2 页，第Ⅱ卷 3 至 6 页，共 150 分.考试时长 120 分钟.考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回.

第Ⅰ卷（选择题 共 40 分）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．设集合 $A=\{x\mid x^2+4x<0\}$，集合 $B=\{n\mid n=2k-1，k\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B=$

A． $\{-1，1\}$　　B． $\{1，3\}$

C． $\{-3，-1\}$　　D． $\{-3，-1，1，3\}$

2．在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\sqrt{2}\cos\theta\\ y=\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），则曲线 C 是

A．关于 x 轴对称的图形　　B．关于 y 轴对称的图形

C．关于原点对称的图形　　D．关于直线 $y=x$ 对称的图形

3．如果 $f(x)$ 是义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，那么下列函数中，一定为偶函数的是

A． $y=x+f(x)$　　B． $y=xf(x)$

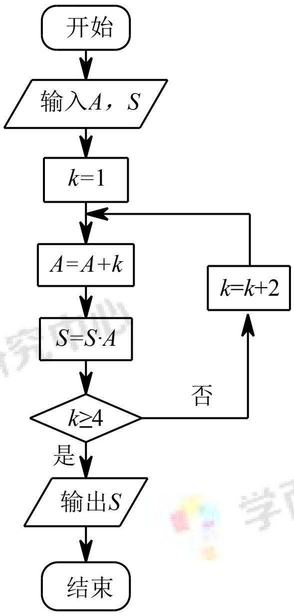
C． $y=x^2+f(x)$　　D． $y=x^2f(x)$

4．在平面直角坐标系 xOy 中，向量 $\overline{OA}=(-1，2)$，$\overline{OB}=(2，m)$，若 O，A，B 三点能构成三角形，则

A． $m=-4$　　B． $m\neq-4$　　C． $m\neq1$　　D． $m\in\mathbf{R}$

5．执行如图所示的程序框图，若输入的 A，S 分别为 0，1，则输出的 $S=$

A．4　　B．16　　C．27　　D．36



6．设 $x\in\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$，则“$a\in(-\infty,\ 0)$”是“$\log_{\frac{1}{2}}x>x+a$”的

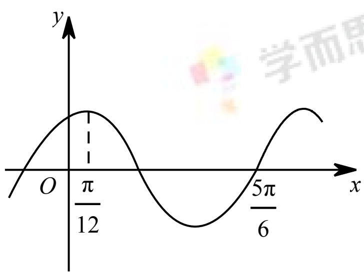
A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．设函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A$，$\omega$，$\varphi$ 是常数，$A>0$，$\omega>0$），且函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示，则有

A．$f\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)<f\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)<f\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)$　　B．$f\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)<f\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)<f\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)$

C．$f\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)<f\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)<f\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)$　　D．$f\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)<f\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)<f\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)$



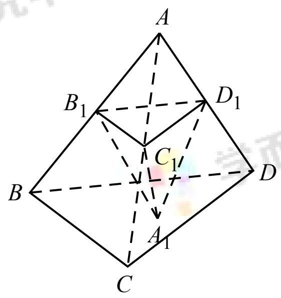
8．如图，在棱长为 $a(a>0)$ 的正四面体 $ABCD$ 中，点 B_1，C_1，D_1 分别在棱 AB，AC，AD 上，且平面 $B_1C_1D_1$ // 平面 BCD，A_1 为 $\triangle BCD$ 内一点，记三棱锥 $A_1-B_1C_1D_1$ 的体积为 V，设 $\dfrac{AD_1}{AD}=x$，对于函数 $V=f(x)$，则

A．当 $x=\dfrac{2}{3}$ 时，函数 $f(x)$ 取到最大值

B．函数 $f(x)$ 在 $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ 上是减函数

C．函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{1}{2}$ 对称

D．存在 x_0，使得 $f(x_0)>\dfrac{1}{3}V_{A-BCD}$（其中 V_{A-BCD} 为四面体 $ABCD$ 的体积）



第Ⅱ卷（非选择题共 110 分）

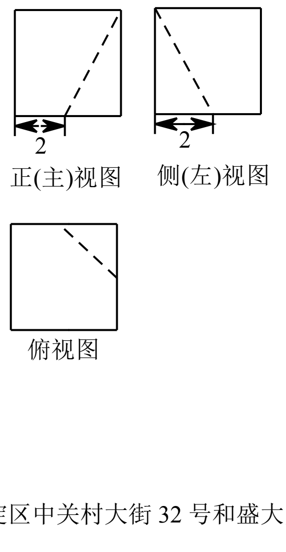
二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9．在复平面内，复数 z_1 与 z_2 对应的点关于虚轴对称，且 $z_1=-1+\mathrm{i}$，则 $\dfrac{z_1}{z_2}=$______.

10．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d>0$，$a_3=-3$，$a_2a_4=5$，则 $a_n=$_______；记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 S_n 的最小值为_______.

11．若圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 与双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的渐近线相切，则 $a=$_____；双曲线 C 的渐近线方程是______.

12．一个棱长为 4 的正方体，被一个平面截去一部分后，所得几何体的三视图如图所示，则该截图的面积是________.



13．在冬奥会志愿者活动中，甲、乙等 5 人报名参加了 A，B，C 三个项目的志愿者工作，因工作需要，每个项目仅需 1 名志愿者，且甲不能参加 A，B 项目，乙不能参加 B、C 项目，那么共有________种不同的志愿者分配方案．（用数字作答）

14．一辆赛车在一个周长为 3km 的封闭跑道上行驶，跑道由几段直道和弯道组成，图 1 反映了赛车在“计时赛”整个第二圈的行驶速度与行驶路程之间的关系．

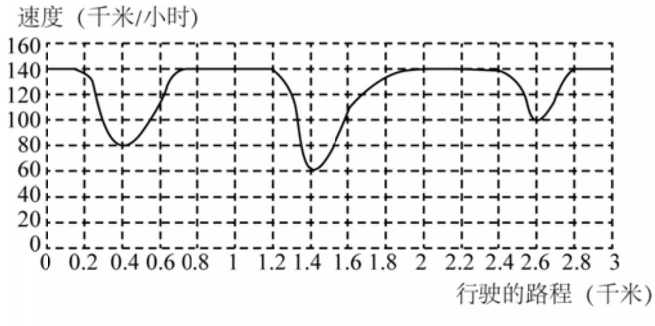


图1

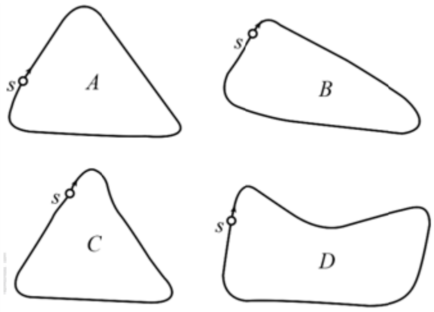


图2

根据图 1，有以下四个说法：

①在这第二圈的 2.6km 到 2.8km 之间，赛车速度逐渐增加；

②在整个跑道中，最长的直线路程不超过 0.6km；

③大约在这第二圈的 0.4km 到 0.6km 之间，赛车开始了那段最长直线路程的行驶；

④在图 2 的四条曲线（注：s 为初始记录数据位置）中，曲线 B 最能符合赛车的运动轨迹．

其中，所有正确说法的序号是______．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分 13 分）

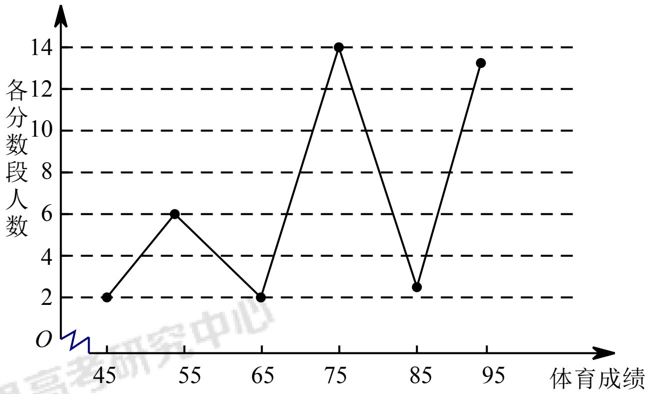
在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，设 $A=\dfrac{\pi}{3}$，$\sin B=3\sin C$．

（Ⅰ）若 $a=\sqrt{7}$，求 b 的值；

（Ⅱ）求 $\tan C$ 的值．

16．（本小题满分 13 分）

某校高一年级学生全部参加了体育科目的达标测试，现从中随机抽取 40 名学生的测试成绩，整理数据并按分数段 $[40，50)$，$[50，60)$，$[60，70)$，$[70，80)$，$[80，90)$，$[90，100]$ 进行分组．假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替，则得到体育成绩的折线图（如下）．



（Ⅰ）体育成绩大于或等于 70 分的学生常被称为“体育良好”．已知该校高一年级有 1000 名学生，试估计高一全年级中“体育良好”的学生人数；

（Ⅱ）为分析学生平时的体育活动情况，现从体育成绩在 $[60，70)$ 和 $[80，90)$ 的样本学生中随机抽取 2 人，求在抽取的 2 名学生中，至少有 1 人体育成绩在 $[60，70)$ 的概率；

（Ⅲ）假设甲、乙、丙三人的体育成绩分别为 a，b，c，且分别在 $[70，80)$，$[80，90)$，$[90，100]$ 三组中，其中 a，b，$c\in\mathbf{N}$．当数据 a，b，c 的方差 s^2 最小时，写出 a，b，c 的值．（结论不要求证明）

（注：$s^2=\frac{1}{n}\left[\left(x_1-\bar{x}\right)^2+\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\cdots+\left(x_n-\bar{x}\right)^2\right]$，其中 $\bar{x}$ 为数据 x_1，x_2，…，x_n 的平均数）

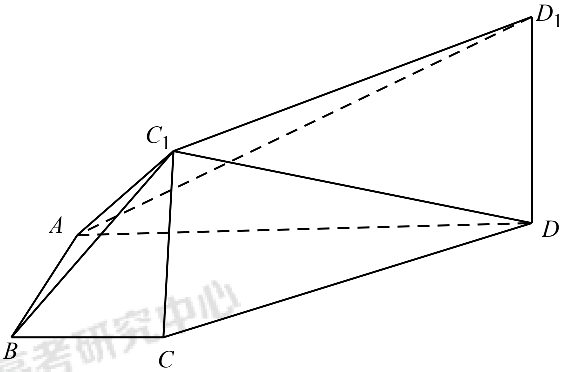
17．（本小题满分 14 分）

如图，四边形 $ABCD$ 是梯形，$AD /\!/ BC$，$\angle BAD=90°$，四边形 CC_1D_1D 为矩形，已知 $AB\perp BC_1$，$AD=4$，$AB=2$，$BC=1$．

（Ⅰ）求证：$BC_1 /\!/$ 平面 ADD_1；

（Ⅱ）若 $DD_1=2$，求平面 AC_1D_1 与平面 ADD_1 所成的锐二面角的余弦值；

（Ⅲ）设 P 为线段 C_1D 上的一个动点（端点除外），判断直线 BC_1 与直线 CP 能否垂直？并说明理由．



18．（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=xe^x-ae^{x-1}$，且 $f'(1)=e$．

（Ⅰ）求 a 的值及 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若关于 x 的方程 $f(x)=kx^2-2(k>2)$ 存在两个不相等的正实数根 x_1， x_2．

证明：$|x_1-x_2|>\ln\frac{4}{e}$．

19．（本小题满分 14 分）

已知椭圆 C： $mx^2+3my^2=1(m>0)$ 的长轴长为 $2\sqrt{6}$， O 为坐标原点．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程和离心率；

（Ⅱ）设点 $A(3,0)$，动点 B 在 y 轴上，动点 P 在椭圆 C 上，且 P 在 y 轴的右侧，若 $|BA|=|BP|$，求四边形 $OPAB$ 面积的最小值．

20．（本小题满分 13 分）

设数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的项数均为 m， 则将数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的距离定义为 $\sum_{i=1}^{m}|a_i-b_i|$，

（Ⅰ）给出数列 1，3，5，6 和数列 2，3，10，7 的距离；

（Ⅱ）设 A 为满足递推关系 $a_{n+1}=\frac{1+a_n}{1-a_n}$ 的所有数列 $\{a_n\}$ 的集合，$\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$ 为 A 中的两个元素，且项数均为 m，若 $b_1=2$，$c_1=3$，$\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$ 的距离小于 2016，求 m 的最大值；

（Ⅲ）记 S 是所有 7 项数列 $\{a_n|1\leqslant n\leqslant 7,\ a_n=0或1\}$ 的集合， $T\subseteq S$，且 T 中任何两个元素的距离大于或等于 3，证明， T 中的元素个数小于或等于 16．

一模结束，孩子应该怎么办？

号称高考风向标的“一模”结束，如何通过一模找到自身的**知识漏洞**？了解**高考命题变化方向**？怎样**调整复习策略**最大限度地**提升复习效率**？学而思高考研究中心众专家为高三生专门定制全方位策略通过看破高考。

<table>
<tr><th>公益讲座</th><th>时间地点</th></tr>
<tr><td rowspan="2">从命题人逻辑透视考场答题技巧与解题方法讲座
1.从命题人逻辑透视考场答题技巧
2. 高考必考考点的答题策略、解题方法总结
3.一模考后总结，如何制定二模复习策略，弱势如何高效突击。</td><td>4 月 14 日 19：00-21：00
公主坟南 荣华写字楼 200</td></tr>
<tr><td>4 月 19 日 19：00-21：00
大钟寺 中鼎大厦 A416</td></tr>
<tr><td rowspan="2">从各区一模试卷看高考命题方向公开课（面向学生）
1.各区一模试卷分析，考点总结
2.从一模试卷分析高考趋势
3.高考冲刺阶段复习建议　每班次上课费用 20 元
名额稀有，限额 40</td><td>4 月 17 日周日 公主坟南
09:30-11:30 数学
13:10-16:10 理综</td></tr>
<tr><td>4 月 17 日周日　平安里
14:10-16:10 物理、生物
18:00-20:30 数学、化学</td></tr>
</table>

报名方式

网上报名：登录学而思培优网 http://sbj.speiyou.com
现场报名：请到学而思任意服务中心报名
电话报名：10108899，可能占线，请耐心拨打

北京市西城区 2016 年高三一模试卷参考答案及评分标准

高三数学（理科）

学而思高考研究中心—曲丹、唐云、张剑
邓一维、武洪姣

1. C

【解析】解不等式 $x^2+4x<0$ 得 $-4<x<0$，即 $A=\{x|-4<x<0\}$，又 $B=\{n|n=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$，故 $A\cap B=\{-3,-1\}$，选 C.

2. A

【解析】曲线 C 的参数方程化为普通方程即为 $(x-2)^2+y^2=2$，即曲线 C 是圆心在横轴上的圆，故曲线 C 关于 x 轴对称，选 A.

3. B

【解析】根据奇偶性的四则运算两个定义域为 **R** 的函数，奇函数×奇函数=偶函数, $y=x$ 为奇函数，所以 $xf(x)$ 一定为偶函数.

4. B

【解析】如果 OAB 能够成三角形，只要 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 向量不共线即可，所以 $\frac{m}{2}\neq\frac{2}{-1}, m\neq-4$

5. D

【解析】 $A=0,\ S=1,\ k=1,\ A=A+k=0+1=1,\ S=S\cdot A=1\cdot 1=1,\ k<4;$

$k=k+2=3,\ A=A+k=1+3=4,\ S=S\cdot A=1\cdot 4=4,\ k<4;$

$k=k+2=5,\ A=A+k=4+5=9,\ S=S\cdot A=4\cdot 9=36,\ k\geqslant 4.$

故选 D.

6. A

【解析】 $a<0$ 时，因为 $0<x<\frac{1}{2}$，所以 $\log_{\frac{1}{2}}x>1>x>x+a$，充分性成立；

显然 $a=0$ 时，$\log_{\frac{1}{2}}x>x+a$ 也成立，因此 $a<0$ 不必要.

7. D

【解析】方法一

由图知，$\begin{cases}\frac{\pi}{12}\omega+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi\\ \frac{5}{6}\pi\omega+\varphi=2\pi+2k\pi\end{cases}$ $k\in\mathbf{Z}$，解得 $\omega=2$，$\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$

所以 $f(x)=A\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

$f\left(\frac{5}{3}\pi\right)=A\sin\frac{11}{3}\pi=-\frac{\sqrt{3}}{2}A$，$f\left(-\frac{3}{4}\pi\right)=A\sin\left(-\frac{7}{6}\pi\right)=-\frac{1}{2}A$，

$f\left(\frac{7}{6}\pi\right)=A\sin\left(\frac{8}{3}\pi\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}A$

所以 $f\left(\frac{5}{3}\pi\right)<f\left(-\frac{3}{4}\pi\right)<f\left(\frac{7}{6}\pi\right)$.

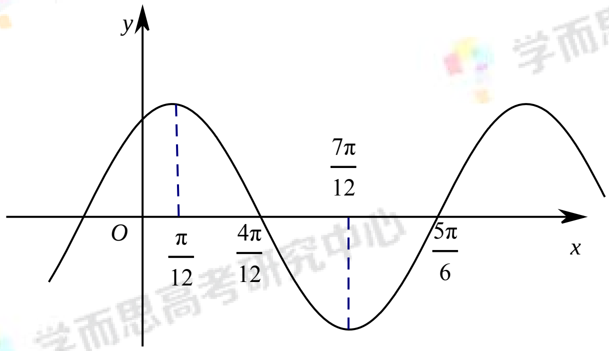
方法二：由于 $\frac{3}{4}T=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{12}, T=\pi$

其中 $f\left(-\frac{3\pi}{4}\right)=f\left(-\frac{9\pi}{12}\right)=f\left(\frac{3\pi}{12}\right)$

$f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=f\left(\frac{20\pi}{12}\right)=f\left(\frac{8\pi}{12}\right)$

$f\left(\frac{7\pi}{6}\right)=f\left(\frac{14\pi}{12}\right)=f\left(\frac{2\pi}{12}\right)$

由图可知



$f\left(\frac{8}{12}\pi\right)<f\left(\frac{3}{12}\pi\right)<f\left(\frac{2}{12}\pi\right)$ 即 $f\left(\frac{5}{3}\pi\right)<f\left(-\frac{3}{4}\pi\right)<f\left(\frac{7}{6}\pi\right)$

8. A

【解析】正四面体的体积为 $V_{A-BCD}=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$，所以 $V_{A-B_1C_1D_1}=V\cdot x^3=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3x^3$，

因为 $\frac{V_{A_1-B_1C_1D_1}}{V_{A-B_1C_1D_1}}=\frac{V_{D-B_1C_1D_1}}{V_{A-B_1C_1D_1}}=\frac{DD_1}{AD_1}=\frac{1-x}{x}$，

所以 $f(x)=V=V_{A-B_1C_1D_1}\cdot\frac{1-x}{x}=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3x^3\cdot\frac{1-x}{x}=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3x^2(1-x)$，$0<x<1$.

$f'(x)=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3\left(2x-3x^2\right)=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3x(2-3x)$

当 $0<x<\frac{2}{3}$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调增；当 $\frac{2}{3}<x<1$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调减．因此，$f(x)_{\max}=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{81}a^3=\frac{4}{27}V_{A-BCD}$.

（或者由3次均值不等式，$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{24}a^3\cdot x\cdot x\cdot(2-2x)\leqslant\frac{\sqrt{2}}{24}a^3\left(\frac{x+x+2-2x}{3}\right)^3$ 亦可）

综上，选 A.

9. i；

【解析】由已知，$z_2=1+\mathrm{i}$，$\therefore\frac{z_1}{z_2}=\frac{-1+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(-1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2}=\mathrm{i}$.

10. $2n-9$； -16；

【解析】 $a_2a_4=(-3-d)(-3+d)=5$， 由 $d>0$ 解得 $d=2$.

$\therefore a_n=-3+2(n-3)=2n-9$.

$a_1=a_3-2d=-7$， $\therefore S_n=-7n+\dfrac{n(n-1)}{2}\cdot 2=n^2-8n$

故当 $n=4$ 时， S_n 的最小值为 -16.

11. $\sqrt{3}$； $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$；

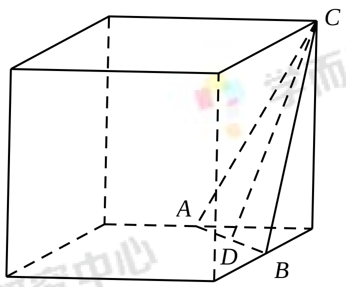
【解析】双曲线的渐近线为 $y=\pm\dfrac{x}{a}$， 即 $x\pm ay=0$.

由于圆与直线相切， $r=1$， $\therefore d=\dfrac{|2\pm 0|}{\sqrt{1+a^2}}=1$.解得 $a=\sqrt{3}$.

$\therefore$ 双曲线的渐近线为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$.

12.　6

【解析】由题意可知原图应为:



其中: $AC=BC=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$

$AB=2\sqrt{2}$, $CD=3\sqrt{2}$， 所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=6$

13.　21

【解析】①乙参加 A 项目;

B 项目甲乙均不能参加，有三种选法;

C 项目乙不能参加，B 项目的人也不能参加，有三种选法.

共 $1\times3\times3=9$ 种方法.

②乙不参加 A 项目;

A 项目甲乙不参加，有 3 种方法;

B 项目甲乙不能参加，A 项目的人也不能参加，有两种选法;

C 项目乙不能参加，A 项目和 B 项目的人也不能参加，有 2 种选法.

共 $3\times2\times2=12$ 种方法.

综上，由分类计数原理知共有 21 种不同的分配志愿者方法.

14．①④

【解析】由图看，在2.6km到2.8km之间，赛车速度从100逐渐增加到$140\ \text{km}/\text{h}$，①对；
从0.4km到1.2km这段，赛车应该是直道加速到平稳行使，最长直线路程超过0.6km，②错；
从1.4km到1.8km之间，赛车开始最长直线路程行使，③错；
从图1看，赛车先直线行使一小段，然后减速拐弯，然后直线行驶一大段距离，再减速拐弯，再直线行使一大段，拐弯后直线行使一中段距离，曲线B最符合，④对．

15．

【解析】（Ⅰ）因为$\sin B=3\sin C$，

由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，

得$b=3c$． 3 分

由余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$及$A=\dfrac{\pi}{3}$，$a=\sqrt{7}$， 5 分

得$7=b^2+c^2-bc$，

所以$b^2+\left(\dfrac{b}{3}\right)^2-\dfrac{b^2}{3}=7$，

解得$b=3$， 7 分

（Ⅱ）由$A=\dfrac{\pi}{3}$，得$B=\dfrac{2\pi}{3}-C$．

所以$\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}-C\right)=3\sin C$． 8 分

即$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos C+\dfrac{1}{2}\sin C=3\sin C$， 11 分

所以$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos C=\dfrac{5}{2}\sin C$．

所以$\tan C=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$． 13 分

16．

【解析】（Ⅰ）由折线图，知样本中体育成绩大于或等于 70 分的学生有 30 人， 2 分

所以该校高一年级学生中,“体育良好”的学生人数大约有$1000\times\dfrac{30}{40}=750$人．

4 分

（Ⅱ）设“至少有 1 人体育成绩在$[60，70)$”为事件A， 5 分

由题意，得$P(A)=1-\dfrac{C_3^2}{C_5^2}=1-\dfrac{3}{10}=\dfrac{7}{10}$，

因此至少有 1 人体育成绩在$[60，70)$的概率是$\dfrac{7}{10}$． 9 分

（Ⅲ）a，b，c的值分别是为 79，84，90；或 79，85，90． 13 分

17.

【解析】(Ⅰ) 证明：由 CC_1D_1D 为矩形，得 $CC_1 /\!/ DD_1$，

又因为 $DD_1 \subset$ 平面 ADD_1， $CC_1 \not\subset$ 平面 ADD_1，

所以 $CC_1 /\!/$ 平面 ADD_1， 2 分

同理 $BC /\!/$ 平面 ADD_1，

又因为 $BC \cap CC_1 = C$，

所以平面 $BCC_1 /\!/$ 平面 ADD_1， 3 分

又因为 $BC_1 \subset$ 平面 BCC_1，

所以 $BC_1 /\!/$ 平面 ADD_1． 4 分

(Ⅱ) 由平面 $ABCD$ 中， $AD /\!/ BC$， $\angle BAD = 90°$， 得 $AB \perp BC$，

又因为 $AB \perp BC_1$， $BC \cap BC_1 = B$，

所以 $AB \perp$ 平面 BCC_1，

所以 $AB \perp CC_1$，

又因为四边形 CC_1D_1D 为矩形，且底面 $ABCD$ 中 AB 与 CD 相交一点，

所以 $CC_1 \perp$ 平面 $ABCD$，

因为 $CC_1 /\!/ DD_1$，

所以 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$．

过 D 在底面 $ABCD$ 中作 $DM \perp AD$，所以 DA，DM，DD_1 两两垂直，以 DA，DM， DD_1 分别为 x 轴、y 轴和 z 轴，如图建立空间直角坐标系， 6 分

则 $D(0,0,0)$， $A(4,0,0)$， $B(4,2,0)$， $C(3,2,0)$， $C_1(3,2,2)$， $D_1(0,0,2)$，

所以 $\overrightarrow{AC_1} = (-1,2,2)$， $\overrightarrow{AD_1} = (-4,0,2)$．

设平面 AC_1D_1 的一个法向量为 $\vec{m} = (x,y,z)$．

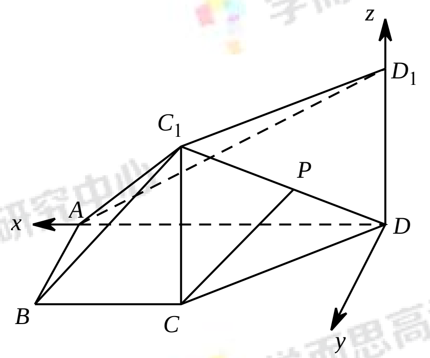
由 $\vec{m}\cdot\overrightarrow{AC_1}=0$， $\vec{m}\cdot\overrightarrow{AD_1}=0$， 得 $\begin{cases}-x+2y+2z=0,\\ -4x+2z=0,\end{cases}$

令 $x=2$，得 $\vec{m}=(2，-3，4)$． 8 分

易得平面 ADD_1 的法向量 $\vec{n}=(0，1，0)$．

所以 $\cos<\vec{m}，\vec{n}>=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=-\dfrac{3\sqrt{29}}{29}$．

即平面 AC_1D_1 与平面 ADD_1 所成的锐二面角的余弦值为 $\dfrac{3\sqrt{29}}{29}$． 10 分



（III）结论：直线 BC_1 与 CP 不可能垂直． 11 分

证明：设 $DD_1=m(m>0)$， $\overrightarrow{DP}=\lambda\overrightarrow{DC_1}(\lambda\in(0，1))$，

由 $B(4，2，0)$， $C(3，2，0)$， $C_1(3，2，m)$， $D(0，0，0)$，

得 $\overrightarrow{BC_1}=(-1，0，m)$， $\overrightarrow{DC_1}=(3，2，m)$， $\overrightarrow{DP}=\lambda\overrightarrow{DC_1}=(3\lambda，2\lambda，\lambda m)$，

$\overrightarrow{CD}=(-3，-2，0)$， $\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DP}=(3\lambda-3，2\lambda-2，\lambda m)$． 12 分

若 $BC_1\perp CP$， 则 $\overrightarrow{BC_1}\cdot\overrightarrow{CP}=-(3\lambda-3)+\lambda m^2=0$， 即 $(m^3-3)\lambda=-3$，

因为 $\lambda\neq 0$，

所以 $m^2=-\dfrac{3}{\lambda}+3>0$， 解得 $\lambda>1$， 这与 $0<\lambda<1$ 矛盾．

所以直线 BC_1 与 CP 不可能垂直． 14 分

18．

【解析】（Ⅰ）对 $f(x)$ 求导，得 $f'(x)=(1+x)e^x-ae^{x-1}$， 2 分

所以 $f'(1)=2e-a=e$， 解得 $a=e$． 3 分

故 $f(x)=xe^x-e^x$， $f'(x)=xe^x$．

令 $f'(x)=0$，得 $x=0$．

当 x 变化时， $f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化情况如下表所示：

x	$(-\infty，0)$	0	$(0，+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘		↗

所以函数 $f(x)$ 的单调减区间为 $(-\infty，0)$，单调增区间为 $(0，+\infty)$．5 分

（Ⅱ）方程 $f(x)=kx^2-2$，即为 $(x-1)e^x-kx^2+2=0$．

设函数 $g(x)=(x-1)e^x-kx^2+2$． 6 分

求导，得 $g'(x)=xe^x-2kx=x(e^x-2k)$．

由 $g'(x)=0$，解得 $x=0$，或 $x=\ln(2k)$． 7 分

所以当 $x\in(0，+\infty)$ 变化时， $g'(x)$ 与 $g(x)$ 的变化情况如下表所示：

x	$(0，\ln(2k))$	$\ln(2k)$	$(\ln(2k)，+\infty)$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	↘		↗

所以函数 $g(x)$ 在 $(0，\ln(2k))$ 单调递减，在 $(\ln(2k)，+\infty)$ 上单调递增．9 分

由 $k>2$，得 $\ln(2k)>\ln 4>1$．

又因为 $g(1)=-k+2<0$，

所以 $g(\ln(2k))<0$．

不妨设 $x_1<x_2$（其中 x_1， x_2 为 $f(x)=kx^2-2$ 的两个正实数根），

因为函数 $g(x)$ 在 $(0，\ln 2k)$ 单调递减，且 $g(0)=1>0$， $g(1)=-k+2<0$，

所以 $0<x_1<1$． 11 分

同理根据函数 $g(x)$ 在 $(\ln 2k，+\infty)$ 上单调递增，且 $g(\ln(2k))<0$，

可得 $x_2>\ln(2k)>\ln 4$，

所以 $|x_1-x_2|=x_2-x_1>\ln 4-1=\ln\dfrac{4}{e}$，

即 $|x_1-x_2|>\ln\dfrac{4}{e}$． 13 分

19．

【解析】（Ⅰ）由题意，椭圆 $C:\dfrac{x^2}{\frac{1}{m}}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{3m}}=1$． 1 分

所以 $a^2=\dfrac{1}{m}$， $b^2=\dfrac{1}{3m}$，

故 $2a=2\sqrt{\frac{1}{m}}=2\sqrt{6}$，解得 $m=\frac{1}{6}$，

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$．（3 分）

因为 $c=\sqrt{a^2-b^2}=2$，

所以离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$．（5 分）

（Ⅱ）设线段 AP 的中点为 D，

因为 $|BA|=|BP|$，所以 $BD\perp AP$，(7 分)

由题意，直线 BD 的斜率存在，设点 $P(x_0,\ y_0)(y_0\neq 0)$，

则点 D 的坐标为 $\left(\frac{x_0+3}{2},\ \frac{y_0}{2}\right)$，

且直线 AP 的斜率 $k_{AP}=\frac{y_0}{x_0-3}$，(8 分)

所以直线 BD 的斜率为 $-\frac{1}{k_{AP}}=\frac{3-x_0}{y_0}$，

所以直线 BD 的方程为：$y-\frac{y_0}{2}=\frac{3-x_0}{y_0}\left(x-\frac{x_0+3}{2}\right)$．(10 分)

令 $x=0$，得 $y=\frac{x_0^2+y_0^2-9}{2y_0}$，则 $B\left(0,\ \frac{x_0^2+y_0^2-9}{2y_0}\right)$，

由 $\frac{x_0^2}{6}+\frac{y_0^2}{2}=1$，得 $x_0^2=6-3y_0^2$，

化简，得 $B\left(0,\ \frac{-2y_0^2-3}{2y_0}\right)$．（11 分）

所以四边形 $OPAB$ 的面积 $S_{OPAB}=S_{\triangle OAP}+S_{\triangle OAB}$

$=\frac{1}{2}\times 3\times|y_0|+\frac{1}{2}\times 3\times\left|\frac{-2y_0^2-3}{2y_0}\right|$（12 分）

$=\frac{3}{2}\left(|y_0|+\left|\frac{-2y_0^2-3}{2y_0}\right|\right)$

$=\frac{3}{2}\left(2|y_0|+\frac{3}{2|y_0|}\right)$

$\geqslant\frac{3}{2}\times 2\sqrt{2|y_0|\times\frac{3}{2|y_0|}}$

$=3\sqrt{3}$．

当且仅当 $2y_0=\frac{3}{2y_0}$，即 $y_0=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$ 时等号成立.

所以四边形 $OPAB$ 面积的最小值为 $3\sqrt{3}$.（14 分）

20.

【解析】（Ⅰ）由题意，数列 $1,3,5,6$ 和数列 $2,3,10,7$ 的距离为 7.（2 分）

（Ⅱ）设 $a_1=p$，其中 $p\neq 0$，且 $p\neq\pm1$.

由 $a_{n+1}=\frac{1+a_n}{1-a_n}$，得 $a_2=\frac{1+p}{1-p}$，$a_3=-\frac{1}{p}$，$a_4=\frac{p-1}{p+1}$，$a_5=p$，

所以 $a_1=a_5$，

因此 A 中数列的项周期性重复，且每隔 4 项重复一次.（4 分）

所以 $\{b_n\}$ 中，$b_{4k-3}=2$，$b_{4k-2}=-3$，$b_{4k-1}=\frac{1}{2}$，$b_{4k}=\frac{1}{3}\left(k\in\mathbf{N}^*\right)$，

所以 $\{c_n\}$ 中，$c_{4k-3}=3$，$c_{4k-2}=-2$，$c_{4k-1}=-\frac{1}{3}$，$c_{4k}=\frac{1}{2}$（$k\in\mathbf{N}^*$）.

5 分

由 $\sum_{i=1}^{k+1}|b_i-c_i|\geqslant\sum_{i=1}^{k}|b_i-c_i|$，得项数 m 越大，数列 $\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$ 的距离越大.

由 $\sum_{i=1}^{4}|b_i-c_i|=\frac{7}{3}$， 6 分

得 $\sum_{i=1}^{3456}|b_i-c_i|=\sum_{i=1}^{4\times864}|b_i-c_i|=\frac{7}{3}\times864=2016$.

所以当 $m<3456$ 时，$\sum_{i=1}^{m}|b_i-c_i|<2016$.

故 m 的最大值为 3455. 8 分

（Ⅲ）证明：假设 T 中的元素个数大于或等于 17 个.

因为数列 $\{a_n\}$ 中，$a_i=0$ 或 1，

所以仅由数列前三项组成的数组 (a_1,a_2,a_3) 有且只有 8 个：$(0,0,0)$，

$(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$, $(1,1,0)$, $(1,0,1)$, $(0,1,1)$, $(1,1,1)$.

那么这 17 个元素（即数列）之中必有三个具有相同的 a_1，a_2，a_3. 10 分

设这三个数列分别为 $\{c_n\}$：c_1，c_2，c_3，c_4，c_5，c_6，c_7；$\{d_n\}$：d_1，d_2，

d_3，d_4，d_5，d_6，d_7；$\{f_n\}$：f_1，f_2，f_3，f_4，f_5，f_6，f_7，其中 $c_1=d_1=f_1$，

$c_2=d_2=f_2$，$c_3=d_3=f_3$.

因为这三个数列中每两个的距离大于或等于3，

所以$\{c_n\}$与$\{d_n\}$中，$c_i \neq d_i$（$i=4$，5，7）中至少有3个成立.

不妨设$c_4 \neq d_4$，$c_5 \neq d_5$，$c_6 \neq d_6$.

由题意，得c_4，d_4中一个等于0，而另一个等于1.

又因为$f_4=0$或1，

所以$f_4=c_4$和$f_4=d_4$中必有一个成立，

同理，得$f_5=c_5$和$f_5=d_5$中必有一个成立，$f_6=c_6$和$f_6=d_6$中必有一个成立，

所以“$f_i=c_i$（$i=4$，5，6）中至少有两个成立”或“$f_i=d_i$（$i=4$，5，6）中至少有两个成立”中必有一个成立.

所以$\sum_{i=1}^{7}|f_i-c_i| \leqslant 2$和$\sum_{i=1}^{7}|f_i-d_i| \leqslant 2$中必有一个成立.

这与题意矛盾，

所以T中的元素个数小于或等于16.　　　　13分

一模结束，孩子应该怎么办？

号称高考风向标的“一模”结束，如何通过一模找到自身的**知识漏洞**？了解**高考命题变化方向**？怎样**调整复习策略**最大限度地**提升复习效率**？学而思高考研究中心众专家为高三生专门定制全方位策略通过看破高考。

公益讲座	时间地点
从命题人逻辑透视考场答题技巧与解题方法讲座 1.从命题人逻辑透视考场答题技巧 2. 高考必考考点的答题策略、解题方法总结 3.一模考后总结，如何制定二模复习策略，弱势如何高效突击。	**4 月 14 日** 19：00-21：00 **公主坟南** 荣华写字楼 200 **4 月 19 日** 19：00-21：00 **大钟寺** 中鼎大厦 A416
从各区一模试卷看高考命题方向公开课（面向学生） 1.各区一模试卷分析，考点总结 2.从一模试卷分析高考趋势 3.高考冲刺阶段复习建议　*每班次上课费用 20 元* 名额稀有，限额 40	**4 月 17 日周日 公主坟南** 09:30-11:30 数学 13:10-16:10 理综 **4 月 17 日周日 平安里** 14:10-16:10 物理、生物 18:00-20:30 数学、化学

报名方式

网上报名：登录学而思培优网 http://sbj.speiyou.com
现场报名：请到学而思任意服务中心报名
电话报名：10108899，可能占线，请耐心拨打